

# 基于 Hammerstein 模型和 GA 的非线性广义预测控制

向 丹<sup>1,2</sup>, 迟永滨<sup>1</sup>, 杨 永<sup>2</sup>

(1. 华南理工大学 汽车工程学院, 广东 广州 510640; 2. 广东技术师范学院 自动化系, 广东 广州 510635)

**[摘 要]** 针对 Hammerstein 型的非线性系统,给出了一种基于 GPC 的预测控制方法. 分析了使用近似法求解控制量的缺点,据此提出了基于遗传算法的控制量优化求解策略. 以一个热交换器作为仿真实例,分别使用遗传算法和两种近似法求取控制量,并比较了 3 种情况下的控制效果. 仿真结果表明基于遗传算法的预测控制器具有良好的性能.

**[关键词]** Hammerstein 模型; 非线性系统; 广义预测控制; 遗传算法

**[中图分类号]** TP273<sup>+</sup>.1 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1000-9965(2008)01-0016-04

## Generalized predictive control of nonlinear systems based on Hammerstein model and GA

XIANG Dan<sup>1,2</sup>, CHI Yong-bin<sup>1</sup>, YANG Yong<sup>2</sup>

(1. School of Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. Department of Automation, Guangdong Polytechnic Normal University, Guangzhou 510635, China)

**[Abstract]** A predictive control scheme based on GPC which can be represented by a Hammerstein model is introduced for nonlinear systems. The disadvantages of obtaining control in approximate ways are analyzed, and the optimality criterion based on genetic algorithm is proposed. During the simulation of a heat exchanger, genetic algorithm and two approximate ways are used to get control respectively, and then the control effects of these three methods are compared. Simulation results show good performance of the nonlinear predictive controller based on genetic algorithm.

**[Key words]** hammerstein model; nonlinear system; generalized predictive control; genetic algorithm

大部分工业控制都具有非线性特征,而对于这一类系统的预测控制,由于缺乏有效的数学工具以及建立精确预测模型的困难,并没有一种普遍适用且行之有效的研究方法. Hammerstein 模型可以用来描述一类由静态非线性子系统和动态线性子系统串联而成的非线性系统,是一种比较常见的非线性系统的实验模型. 文献[1]在 Hammerstein 模型的基础上使用广义预测控制(GPC)的相关结论,给出

了控制器的设计方法,并对此进行了分析. 文献[2-3]则针对非线性方程的求根,讨论了控制器能否实现的问题,并且提供了两种近似求解方法. 但是,上述方法均依赖于非线性函数的具体形式,不能保证良好的控制精度,也不能保证控制量的实现. 本文分析了这些近似法的缺点,提出了一种基于遗传算法的控制器优化求解策略. 通过仿真,表明了该策略的有效性和可行性.

## 1 预测控制模型

Hammerstein模型由一个无记忆的非线性增益和一个线性动态子系统串联而成。这类模型结构简单,可用于描述PH过程和具有死区、开关等非线性特征的过程。通过Hammerstein模型,可以将问题分解为线性模型的动态优化问题和非线性模型的静态求根问题。如果用CARIMA模型<sup>[4]</sup>来表示线性子系统,则Hammerstein型非线性系统的离散时间方程为:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})x(k) + C(z^{-1})\xi(k)/\Delta \quad (1)$$

$$x(k) = f(u(k)) = r_0 + r_1 u(k) + \dots + r_{L-1} u^{L-1}(k) + r_L u^L(k) \quad (2)$$

其中,  $y(k)$ 、 $x(k)$ 、 $u(k)$  分别为系统输出、中间变量和控制变量,  $f(\cdot)$  为静态的非线性函数, 由于实际工业过程的复杂性, 通常采用易于辨识的低阶多项式来近似非线性环节。  $d$  代表延迟,  $\Delta = 1 - z^{-1}$  为差分因子, 且

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n},$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m},$$

$$C(z^{-1}) = c_0 + c_1 z^{-1} + \dots + c_q z^{-q}.$$

为简单起见, 假设  $C(z^{-1}) = 1$ ,  $d = 1$  (即只考虑系统的采样延时)。令  $\bar{A} = A\Delta$ , 取  $j$  时刻的输出值, 得:

$$\bar{A}(z^{-1})y(k+j) = B(z^{-1})\Delta x(k+j-1) + \xi(k+j) \quad (3)$$

为了将上式中的已知量和待求量分离, 引入Diofantine方程:

$$1 = E_j(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1})$$

$$B(z^{-1})E_j(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) + z^{-j}H_j(z^{-1})$$

$E_j$ 、 $F_j$ 、 $G_j$ 、 $H_j$  等多项式均可以通过递推方法求得, 参见文献[4]。化简式(3)得到:

$$y(k+j) = G_j \Delta x(k+j-1) + H_j \Delta x(k-1) + F_j y(k) + E_j \xi(k+j) \quad (4)$$

在式(4)中, 等号右边第①项为待求的中间量, 第②项、第③项均为已知量, 第④项则是干扰, 与前③项都不相关, 因此可以取  $j$  步最优预测模型为:

$$y_p(k+j) = G_j \Delta x(k+j-1) + H_j \Delta x(k-1) + F_j y(k) \quad (5)$$

如果预测时域长度为  $P$ , 控制时域长度为  $M$ , 可以将上式改写为向量/矩阵形式:

$$Y_p(k+1) = G\Delta X(k) + H\Delta X(k-1) + FY(k) \quad (6)$$

式中,

$$Y_p(k+1) = [y_p(k+1), \dots, y_p(k+P)]^T;$$

$$X(k) = [\Delta x(k), \dots, \Delta x(k+M-1)]^T;$$

$$\Delta X(k-1) = [\Delta x(k-1), \dots, \Delta x(k-m)]^T;$$

$$Y(k) = [y(k), \dots, y(k-n)]^T;$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{1,0} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ g_{2,1} & g_{2,0} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_{P,P-1} & g_{P,P-2} & \dots & g_{P,P-M+1} & g_{P,P-M} \end{bmatrix}_{P \times M};$$

$$H = \begin{bmatrix} h_{1,0} & \dots & h_{1,m-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{P,0} & \dots & h_{P,m-1} \end{bmatrix}_{P \times m}; F = \begin{bmatrix} f_{1,0} & \dots & f_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{P,0} & \dots & f_{P,n} \end{bmatrix}_{P \times (n+1)}.$$

## 2 基于遗传算法的优化策略

选取文献[2]和[4]中所用的二次型性能指标, 用加权范数表示为:

$$J = \|Y_p(k+1) - Y_r(k+1)\|_Q^2 + \|\Delta X(k)\|_R^2$$

将式(6)代入, 将  $J$  对向量  $\Delta X(k)$  求导, 得到最优控制律:

$$\Delta X_0(k) = (G^T Q G + R)^{-1} G^T Q [Y_r(k+1) - H\Delta X(k-1) - FY(k)] \quad (7)$$

得到中间变量  $\Delta x_0(k)$  之后, 还必须求出与之对应的控制量  $u_0(k)$ , 由式(2)可知, 这是一个  $L$  阶的代数方程。直接求解方程(2)具有一定难度, 可能引出偶次方程无实根、控制量不满足物理约束等新问题。为此, 文献[1]、[2]和[3]用到了两种近似求解方法。

近似法1: 若方程(2)的最高阶次数  $L$  为偶数, 则去掉含  $L$  次幂的项, 这样方程(2)成为最高阶次数为  $L-1$  的奇数次方程

$$x_0(k) = f_1(u_1(k)) = r_0 + r_1 u_1(k) + \dots + r_{L-1} u_1^{L-1}(k) \quad (8)$$

这样至少能求得一个实根  $u_1$ 。

近似法2: 用已知的  $u(k-1)$  来取代高次项中的  $u(k)$ , 即求解方程

$$x_0(k) = f_2(u_2(k)) = r_0 + r_1 u_2(k) + r_2 u_2^2(k-1) + \dots + r_L u_2^L(k-1) \quad (9)$$

这样可以利用以前时刻的信息, 递推求解  $u_2$ 。

由于  $f_1$ 、 $f_2$  和  $f$  之间并不完全匹配, 采用近似法求得的控制量  $u_1$ 、 $u_2$  和  $u_0$  之间也会有误差。这样

$u_1, u_2$  施加到实际对象以后,得到的  $x$  将不会满足最优控制律(7). 引起误差的本质是模型与对象失配的问题,失配程度与近似方法和相关参数有关. 文献[1]从内模控制的角度对误差进行了分析,文献[2]则在控制中加入了中间变量的约束.

使用上述近似法时,  $x_0(k)$  和  $u_0(k)$  的求取相对独立,因此是一种典型的两步法策略<sup>[3]</sup>. 注意到,方程(8)、(9)虽然能够保证得到一个控制作用,但是却不能解决如下两个难点. 第一,近似法求得的控制量可能不满足其物理约束,也就是控制量无法得到实施;第二,优化过程并没有纳入对控制量  $u(k)$  的约束,倘若实际问题需要保证控制量变化平稳,则最优控制律(7)不能满足要求. 为解决上述两个矛盾,本文提出了基于遗传算法的优化策略.

遗传算法是一种基于进化理论的优化技术,它完全根据自然界的自然选择机理运作,对于所求解问题的具体形式依赖较小,其基本概念和具体处理方法参见文献[5].

取控制量  $U(k)$  为决策变量,根据控制时域长度的要求,总共取  $M$  个控制变量来构成个体. 变量个数较多且要求的精度也较高,因此采用浮点数编码. 直接对控制量  $U(k)$  编码的好处在于,第一,编码值就是决策变量的真实值,系统所要求的控制量的物理约束条件可以通过编码来限制,无需附加罚函数等其它措施;第二,已知  $U(k)$  后,计算  $X(k)$  相当容易,方程(2)的求根运算就可以避免.

取目标函数为:

$$J = \|Y_p(k+1)Y_r(k+1)\|_Q^2 + \|\Delta U(k)\|_R^2,$$

在目标函数中加入了对  $\Delta U(k)$  的约束,可以有效的保障控制量的平稳变化.

采用遗传算法后,整个预测控制系统的结构流程如图1所示. 由于是直接对控制量编码,并且直接以性能指标为优化对象,因此基于遗传算法的控制量求解实际上可以看成是一种整体求解策略.

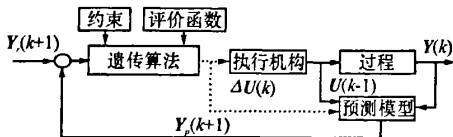


图1 基于遗传算法的预测控制流程图

采用遗传算法求解控制量的优点在于不存在模型失配,从理论上可以获得最优解. 但实际上,由于顾及实时性的要求,不能采用较大的种群规模和较

长的进化时间,所以并不能保证遗传算法收敛于最优点,可能会有早熟现象,这样会带来一定的误差. 为尽量减小这一误差,用遗传算法在线求解控制量时,每一时刻的初始种群不要全部用随机方法生成,部分个体可在前一时刻求得解的基础上,采用变异方法生成,而且群体内必须包含上一时刻求得的最优控制序列,剩余的个体采用随机生成的方法来补足. 这样在保证算法稳定性的同时,可以提高算法的效率<sup>[6]</sup>.

### 3 仿真分析

研究一个在工业应用中经常遇到的热交换器问题. 经过参数辨识,该热交换器可以用如下 Hammerstein 模型来描述<sup>[7]</sup>:

$$y(k) = \frac{0.207z^{-1} - 0.1764z^{-2}}{1 - 1.608z^{-1} + 0.6385z^{-2}}x(k) \quad (10)$$

$$x(k) = -31.549u(k) + 41.732u^2(k) - 24.201u^3(k) + 68.634u^4(k) \quad (11)$$

预测控制模型的参数如下:优化时域长度4,控制时域长度3,误差权系数1,控制权系数500(由于从  $u$  到  $x$  的增益较大),参考轨迹柔性系数0.5,控制量取值范围为  $[0,1]$ . 取整个仿真时长为90个采样时刻,先后给出3个不同的输出设定值以充分考察算法性能.

首先不考虑控制量的物理约束,取初始时刻的状态为零状态,采用近似法1和近似法2进行仿真计算,得到的输出曲线如图2、图3所示:

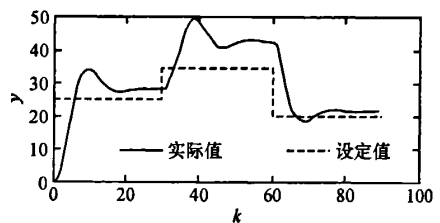


图2 输出量曲线(近似法1)

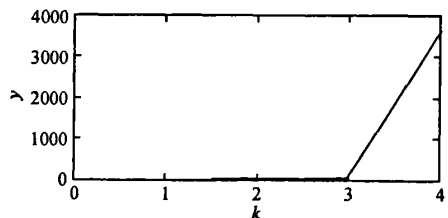


图3 输出量曲线(近似法2)

可见,近似法2使控制失败,近似法1勉强可以控制,但是误差太大,效果不理想.一旦加入控制量的物理约束,两种近似法均完全不能控制.其根本原因在于,式(11)的次数高,最高次幂的系数大,导致由方程(8)、(9)近似的非线性关系与真实情况相去甚远,如图4:

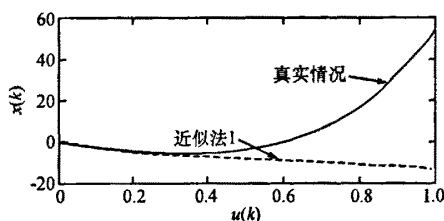


图4 非线性函数的比较

现采用标准遗传算法进行计算.具体实施时,采用最优保存的选择策略、均匀算术交叉、均匀变异.种群规模为50,交叉概率0.7,变异概率0.1,最大进化50代.由于是求解最小值问题,因此适应度函数选为  $Fitness = C - J$ ,  $C$  为常数,需要综合考虑  $Q$ 、 $R$  取值,多次试探计算得到.采用遗传算法得到的控制量曲线和输出量曲线如图5、6所示.

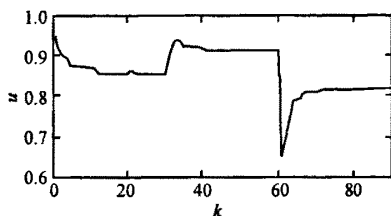


图5 控制量曲线(遗传算法)

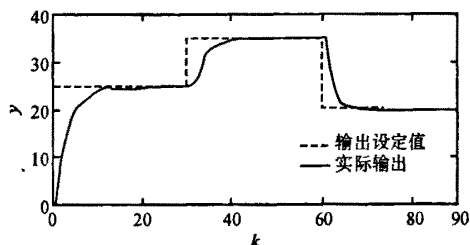


图6 输出量曲线(遗传算法)

## 4 结论

由图6可见,相对两种近似法而言,基于遗传算法求解的预测控制器能够使系统输出更好的跟踪参考输入,且控制量的变化更加平稳.同时,作为一种整体求解策略,遗传算法对非线性关系的具体形式依赖较小,并不局限于低阶多项式函数,因此适用范围更为广泛.

不可否认,这种性能上的提升是以耗费更多的计算为代价的.但是,能使用 Hammerstein 模型来描述的 PH 中和、热交换等过程,通常都具有较大的时间常数,且对快速性的要求不高,因此,基于遗传算法的滚动优化策略,适合于在线求解控制量.

### [参考文献]

- [1] WANG W. Generalized predictive control of nonlinear systems of the hammerstein form [J]. Control Theory and Applications (in Chinese), 1994, 11(6): 674-680.
- [2] 徐湘元,毛宗源.基于 Hammerstein 模型预测控制的分析与研究[J].控制理论与应用,2000,17(4): 529-532.
- [3] 丁宝苍,李少远.具有约束的 Hammerstein 非线性控制系统的设计与分析[J].控制与决策,2003,18(1): 24-28.
- [4] 舒迪前.预测控制系统及其应用[M].北京:机械工业出版社,1996.
- [5] 周明,孙树栋.遗传算法原理及应用[M].北京:国防工业出版社,1999.
- [6] 杨建军,刘民,吴澄.基于遗传算法的非线性模型预测控制方法[J].控制与决策,2003,18(2): 141-144.
- [7] AL-DUWAISH H, NAEEM W. Nonlinear model predictive control of hammerstein and wiener models using genetic algorithm [C]. Control Applications, 2001. (CCA'01). Proceedings of the 2001 IEEE International Conference, on 5-7 Sept, 2001: 465-469.

[责任编辑:王景周]