

单个守恒律初边值问题的连续弱熵解

杨小辉

(广东警官学院计算机系, 广东 广州 510440)

[摘 要] 对单个凸守恒律的初边值问题给出其整体连续的弱熵解存在且唯一的一个充分条件,并用截断方法构造其整体连续弱熵解,从而得到弱熵解的边界性态.

[关键词] 单个凸守恒律初边值问题; 整体连续的弱熵解; 边界熵条件

[中图分类号] O175.27 [文献标识码] A [文章编号] 1000-9965(2009)03-0250-05

The global continuous weak entropy solution for the initial-boundary problem of scalar conservation laws

YANG Xiao-hui

(Computer Department of Guangdong Police College, Guangzhou 510440, China)

[Abstract] A sufficient condition that its global continuous weak entropy solution exists and is unique for the initial-boundary problem of scalar convex conservation laws is given, and the global continuous weak entropy solution is constructed by the truncation method, as well as its boundary behaviors is obtained.

[Key words] initial-boundary problem of scalar convex conservation laws; global continuous weak entropy solution; boundary entropy condition

1 引言及结论

考虑下列单个守恒律的初边值问题:

$$\begin{cases} u_t + f(u)_x = 0, & x > 0, t > 0 \\ u(x, 0) = u_0(x), & x > 0 \\ u(0, t) = u_b(t), & t > 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

其中 $f \in C^2$ 满足

$$f'' \geq \beta > 0, \quad f(0) = f'(0) = 0. \quad (A_1)$$

逼近式(1.1)的粘性消失法是解下列抛物方程的初边值问题(1.2)

$$\begin{cases} (u_\varepsilon)_t + f(u_\varepsilon)_x = \varepsilon (u_\varepsilon)_{xx}, & x > 0, t > 0, \varepsilon > 0 \\ u_\varepsilon(x, 0) = u_0(x) (x \geq 0) \rightarrow u_+ & (x \rightarrow \infty) \\ u_\varepsilon(0, t) = u_-, & t \geq 0, \end{cases} \quad (1.2)$$

并且问题(1.1)的弱熵解能通过对问题(1.2)的解取极限(关于粘性参数趋于0)得到.

单个守恒律的初边值问题首先由 Bardos-Leroux-Nedelec^[1]研究,他们利用粘性消失法给出以下边界熵条件:

$$u(0, t) = u_b(t)$$

或

[收稿日期] 2008-10-20

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(10571075)

[作者简介] 杨小辉(1979-),男,助教,硕士,研究方向:偏微分方程及其应用

$$\frac{f(u(0,t)) - f(k)}{u(0,t) - k} \leq 0, \quad k \in I(u(0,t), u_b(t)),$$

$$k \neq u(0,t), \text{ a. e. } t \geq 0, \quad (1.3)$$

其中 $I(u(0,t), u_b(t)) = [\min\{u(0,t), u_b(t)\}, \max\{u(0,t), u_b(t)\}]$. 在式(1.3)意义下 Bardos-Leroux-Nedelec 在 BV 解类中证明了多维单个守恒律的初边值问题弱熵解的存在性和唯一性. 文献[2-12]对单个守恒律初边值问题的整体弱熵解的结构进行了研究.

本文研究问题(1.1)的整体连续弱熵解得到以下结果:

问题(1.1)的整体连续的弱熵解存在且唯一的一个充分条件是:

(A₂) $u_0(x) (x > 0)$ 是具有有限个间断点 $\gamma_i (1 \leq i \leq N)$ 的分段 C^2 光滑的有界单调不减函数, 且 $u_0(\gamma_i \pm 0)$ 和 $u'_0(\gamma_i \pm 0)$ 存在有限 $u''_0 \in L^1([0, \infty))$.

(A₃) $u_b(t) (t > 0)$ 是具有有限个间断点 $t_j (1 \leq j \leq n)$ 的分段 C^2 光滑的有界单调不减函数, $u_b(t_j \pm 0)$ 和 $u'_b(t_j \pm 0)$ 存在有限, $u''_b \in L^1([0, \infty))$ 且 $u_b(t_j -) > u_b(t_j +)$.

(A₄) $u_b(0+) > 0 > u_0(0+)$ 且 $f(u_b(0+)) \leq f(c_0)$, 其中 $c_0 = \sup_{x>0} u_0(x)$, $c_0 < 0$.

注 若将假设条件(A₂)改为(A'₂):

$u_0(x) (x > 0)$ 是有界单调不减的 C^2 光滑函数, $u_b(0+) < u_0(0+) \leq 0$, $u''_0 \in L^1([0, \infty))$,

则在假设条件(A₁)、(A'₂)、(A₃)、(A₄)下, 可以构造问题(1.1)的 C^2 整体光滑的弱熵解 $u(x, t)$.

2 弱熵解的定义、边界熵条件及相关引理

定义 2.1^[1,6] 在 $[0, \infty) \times [0, \infty)$ 上一个有界的局部有界变差函数 $u(x, t)$ 称为初边值问题(1.1)的一个弱熵解, 如果对每一个 $k \in (-\infty, \infty)$ 和每个非负检验函数 $\phi \in C_0^\infty([0, \infty) \times [0, \infty))$, $u(x, t)$ 满足下列不等式

$$\int_0^\infty \int_0^\infty |u - k| \phi_t + \operatorname{sgn}(u - k)(f(u) - f(k)) \phi_x \, dx \, dt + \int_0^\infty |u_0(x) - k| \phi(x, 0) \, dx + \int_0^\infty \operatorname{sgn}(u_b(t) - k)(f(u(0, t)) - f(k)) \phi(0, t) \, dt \geq 0. \quad (2.1)$$

引理 2.2^[1,6] 若 $u(x, t)$ 是问题(1.1)的弱熵

解, 则边界熵条件成立.

引理 2.3 假设条件成立(A₁). 一个具有弱间断直线的连续的分片光滑函数 $u(x, t) (x \geq 0, t < 0)$ 是问题(1.1)在式(2.1)意义下的弱熵解当且仅当下列条件满足:

(1) $u(x, t)$ 在其光滑域内满足方程(1.1)₁.

(2) 如果 $x = x(t)$ 是 $u(x, t)$ 的一条弱间断直线, 则 $\frac{dx(t)}{dt} = f'(u(x(t), t))$.

(3) 边界熵条件式(1.3)成立.

(4) $u(x, 0) = u_0(x)$ a. e. $x \geq 0$.

3 整体连续的弱熵解及其结构

本节讨论在条件(A₁)~(A₄)成立时, 分别对边界值为 C^2 光滑函数、有一个间断点的分段 C^2 光滑函数以及具有有限个间断点的分段 C^2 光滑函数来构造初边值问题(1.1)的分片光滑的连续弱熵解, 并得到其弱熵解的边界性态.

3.1 边界值函数为 C^2 光滑函数

当边界值为 C^2 光滑函数时条件(A₃)退化为(A₅):

$u_b(t) (t > 0)$ 是 C^2 光滑的有界单调不减函数.

3.1.1 边界值函数上界小于等于 0 的情形

当 $u_b(t) \leq 0 (t > 0)$ 时, 令 $v_1(x) := u_b(-x) (x < 0)$, 则由条件(A₅)知 $v_1(x)$ 是 C^2 光滑的有界单调不减函数. 考虑柯西问题

$$\begin{cases} v_t + f(v)_x = 0, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ v(x, 0) = \begin{cases} v_1(x), & x < 0 \\ u_0(x), & x > 0. \end{cases} \end{cases} \quad (3.1)$$

本节根据引理 2.3 及柯西问题(3.1)的弱熵解来构造问题(1.1)的弱熵解. 分 3 种子情形来讨论.

情形 1 $v_1(0-) = u_0(0+)$

首先陈述柯西问题(3.1)的弱熵解的结构. 在此情形, 问题(3.1)在初始线 $t=0$ 上有 N 个离开原点的间断点 $(\gamma_i, 0) (1 \leq i \leq N)$, 由条件(A₁)、(A₂)、(A₅)知, 在这些间断点处均发出一个中心稀疏波, 这些中心稀疏波彼此不会相互作用. 于是问题(3.1)的弱熵解 $v(x, t)$ 在上半 $x-t$ 平面是分片 C^2 光滑的连续函数. 令 $u(x, t) = v(x, t) |_{(0, \infty) \times (0, \infty)}$, 由条件(A₅), 当 $v_1(0-) = 0$ 时, $u(0+, t) = v_1(0-) = 0 \geq u_b(t) (t > 0)$; 当 $v_1(0-) < 0$ 时, $u_b(t) = v_1(-t) \leq u_0(x_0)$, 其中 $x_0 > 0$ 是从 t -轴上的点 $(0, t)$ 向后作特征与 x -轴交点的横坐标, 而 $u_0(x_0) =$

$v(0, t)$, 于是 $u_b(t) \leq u(0+, t) < 0(t > 0)$. 令 $u(x, t) = v(x, t) |_{(0, \infty) \times (0, \infty)}$, 易证, $u(x, t)$ 满足引理 2.3 的四个条件, 故 $u(x, t)$ 是问题(1.1)的分片 C^2 光滑的连续弱熵解. 当 $v_1(0-) = 0$ 时, 弱熵解 $u(x, t)$ 中不存在初等波与边界的相互作用; 当 $v_1(0-) < 0$ 时, $u(x, t)$ 中可能存在中心稀疏波与边界相碰且部分或完全被边界吸收的相互作用.

情形 2 $v_1(0-) < u_0(0+)$

在此情形中, 问题(3.1)有 $N+1$ 个初始间断点, 即原点 $(0, 0)$ 和离开原点的初始间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$). 由条件知, 在这些间断点处均发出一个中心稀疏波, 这些中心稀疏波彼此也不会相互作用. 于是问题(3.1)的弱熵解 $v(x, t)$ 在上半 $x-t$ 平面是分片 C^2 光滑的连续函数. 当 $u_0(0+) \geq 0$ 时, $v(x, t)$ 在原点 $(0, 0)$ 处发出的中心稀疏波的右边界位于 $x-t$ 平面的第一象限或 t -轴; 当 $u_0(0+) < 0$ 时, $v(x, t)$ 在原点处发出的中心稀疏波的右边界位于 $x-t$ 平面的第二象限. 令 $u(x, t) = v(x, t) |_{(0, \infty) \times (0, \infty)}$, 易证 $u(x, t)$ 是问题(1.1)的分片 C^2 光滑的连续弱熵解. 当 $u_0(0+) \geq 0$ 时, 弱熵解 $u(x, t)$ 中不存在初等波与边界的相互作用; 当 $u_0(0+) < 0$ 时, $u(x, t)$ 中可能存在中心稀疏波与边界相碰且部分或完全被边界吸收的相互作用.

情形 3 $v_1(0-) > u_0(0+)$

在此情形中, 问题(3.1)有 $N+1$ 个初始间断点, 即原点 $(0, 0)$ 和离开原点的间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$). 在每个间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$) 处均发出一个中心稀疏波, 这 N 个中心稀疏波彼此间不会相互作用, 会粘成一个扩张波; 在原点 $(0, 0)$ 处会发出一个激波 $x = x(t)$, 其初始速度为 $s(v_1(0-), u_0(0+))$, 其中 $s(u_1, u_2) := (f(u_1) - f(u_2)) / (u_1 - u_2)$. 当 $t > 0$ 时这个激波会以改变的速度穿过其右边的扩张波, 它满足 R-H 间断条件 $dx/dt = s(v(x(t) - 0, t), v(x(t) + 0, t))$ 和 Lax 激波条件 $f'(v(x(t) - 0, t)) > dx/dt > f'(v(x(t) + 0, t))$. 由条件知 $v(x(t) - 0, t)$ ($t \geq 0$) 是单调不增的, 从而当 $t > 0$ 时, $dx/dt < 0$, 由此知当 $t > 0$ 时激波 $x = x(t)$ 位于第二象限且不会与 t -轴相交. 又有 $dx/dt < 0(t > 0)$ 及 Lax 激波条件可得 $v(x(t) + 0, t) < 0(t > 0)$. 令 $u(x, t) = v(x, t) |_{(0, \infty) \times (0, \infty)}$, 则 $u(0+, t) < 0(t > 0)$. 由假设条件知 $u_b(t) \leq 0(t > 0)$, 故对任意固定的 $t > 0$, 无论 $u(0+, t) < u_b(t)$ 或 $u(0+, t) \geq u_b(t)$, 易证边界熵不等式(2.2)成立. 由引理 2.3 易证 $u(x, t)$ 是问题(1.1)

的分片 C^2 光滑的连续弱熵解. 在这个弱熵解 $u(x, t)$ 中可能存在中心稀疏波与边界相碰且部分或完全被边界吸收的相互作用.

当条件 (A_4) 成立时, 用截断法来构造问题(1.1)的分片 C^2 光滑的连续弱熵解 $u(x, t)$. 用讨论 $0 \geq v_1(0-) > u_0(0+)$ 情形一样的方法, 并得到其结构; 不同的是在论述由 $(0, 0)$ 发生的激波速度小于 0 和验证边界熵条件时用到了 $f(u_b(0+)) \leq f(c_0)$. 这时得到的弱熵解 $u(x, t)$ 中可能存在中心稀疏波与边界相碰且部分或完全被边界吸收的相互作用.

3.1.2 边界值函数下界大于 0 的情形

对于 $u_b(t) > 0(t > 0)$ 的情形, 不能用上述的截断方法了, 否则边界熵条件不满足. 如若不然, 当 $u_b(t) > 0$ 时, 则 $v_1(-t) > 0$. 此时只有当 $u_b(t) = u(0+, t)$ 时才能满足边界熵条件, 即 $u_b(t)$ 为正常数, 前面已讨论. 若 $u_b(t)$ 不是正常数, 设过 $(-t, 0)$ 作特征与 t -轴相交, 交点的纵坐标为 t' , 则 $u_b(t) = u(0+, t')$. 显然 $t = t'$ 不恒成立, 进而 $u_b(t) = u(0+, t)$ 不恒成立, 因此边界熵条件不成立. 故 $u(x, t)$ 不是弱熵解.

此情形需要用特征方法来构造问题(1.1)的弱熵解 $u(x, t)$. 当 $u_0(0+) = u_b(0+)$ 时, 问题(1.1)的弱熵解 $u(x, t)$ 在 $t=0$ 上有 N 个离开原点的间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$), 在这些间断点处均发出一个中心稀疏波, 这些中心稀疏波彼此不会相互作用 (此时有 $u_b(t) = u(0+, t)$). 当 $u_0(0+) > u_b(0+)$ 时, 问题(1.1)的弱熵解 $u(x, t)$ 在 $t=0$ 上有 $N+1$ 个间断点, 包含原点 $(0, 0)$ 和离开原点的间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$), 同样在这些间断点处均发出一个中心稀疏波, 它们彼此不会相互作用且 $u_b(t) = u(0, t)$. 因此弱熵解 $u(x, t)$ 中不存在初等波与边界的相互作用.

3.1.3 边界值函数上界大于 0, 下界小于 0

这种情形需要结合特征方法和截断方法来构造问题(1.1)的弱熵解 $u(x, t)$. 由于在前面中已经讨论了 $u_b(0+) > 0 > u_0(0+)$ 的情形, 故只需考虑 $u_0(0+) \geq u_b(0+)$ 且存在 $u_b(t) \geq 0(0 < t \leq t_0)$ 的情形. 当 $u_b(t) \geq 0(0 < t \leq t_0)$ 时, 用特征方法构造问题(1.1)的弱熵解 $u(x, t)$ 在 $(0, +\infty) \times (0, t_0]$ 上的结构, 其结构是: 至多包含由间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$) 和原点 $(0, 0)$ (当 $u_0(0+) > u_b(0+)$ 时) 各发出一个中心稀疏波. 由条件 (A_1) 、 (A_2) 、 (A_5) 知, 这些中心稀疏波彼此也不会相互作用. 于是问题(1.1)的

弱熵解 $u(x, t)$ 在 $(0, +\infty) \times (0, t_0]$ 是片 C^2 光滑的连续函数. 设 $u_1(x, t) = u(x, t)|_{(0, +\infty) \times (0, t_0]}$, 则 $u_1(x, t_1 - 0)$ 是分段光滑的有界单调不减的连续函数; 在 $t = t_0$ 上至多有 $2N + 2$ 个间断点, 其中包含有初始值间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$) 造成的间断点 $(f'(u_0(\gamma_i -))t_0, t_0)$, $(f'(u_0(\gamma_i +))t_0, t_0)$ 以及由原点 $(0, 0)$ 造成的间断点 $(f'(u_0(0 +))t_0, t_0)$, $(f'(u_0(0 -))t_0, t_0)$; 在这些间断点处 $u'_1(x, t_0 - 0)$ 存在有限, $u''_1(x, t_0 - 0) \in L^1_{([0, +\infty))}$. 还可以得到 $u_1(0 +, t_0 - 0) = 0$.

因此, 对于 $u_b(t) < 0$ ($t > t_0$) 的情形, 用截断方法来构造问题 (1.1) 在 $(0, +\infty) \times (t_0, \infty)$ 上的弱熵解, 这样就把 $u_1(x, t) = u(x, t)|_{(0, +\infty) \times (0, t_0]}$ 延拓到 $(0, +\infty) \times (0, +\infty)$, 具体是解如下柯西问题

$$\begin{cases} v_t + f(v)_x = 0, & -\infty < x < \infty, t > t_0 \\ v(x, 0) = \begin{cases} u_b(t_0 - x), & x < 0 \\ u_1(x, t_0 - 0), & x > 0. \end{cases} \end{cases} \quad (3.2)$$

记问题 (3.2) 的解为 $v(x, t)$, 令 $u_2(x, t) = v(x, t)|_{(0, +\infty) \times (t_0, \infty)}$, 则有 $u(0 +, t) = 0$. 记

$$u(x, t) = \begin{cases} u_1(x, t), \\ u_2(x, t), \end{cases}$$

则容易知道 $u(x, t)$ 为满足引理 2.3 和边界熵条件的问题 (1.1) 的整体连续弱熵解.

3.2 边界值为两段 C^2 光滑函数

当边界值为两段 C^2 光滑函数时 (A_3) 退化为 (A_6) : $u_b(t)$ ($t > 0$) 是具有一个间断点的分段 C^2 光滑的有界单调不减函数, 满足 $u_b(t_1 -) > u_b(t_1 +)$, $u'_b(t_1 \pm 0)$ 存在有限, 且 $u''_b(t_1 \pm 0) \in L^1_{([0, +\infty))}$.

当 $0 < t < t_1$ 时, 令 $v_1(x) := u_b(-x)$ ($-t_1 \leq x < 0$); 当 $t > t_1$ 时, 令 $u_b(t) := u_b(t_1 - x) = v_2(x)$, $x < 0$.

首先考虑以下柯西问题

$$\begin{cases} v_t + f(v)_x = 0, & -\infty < x < \infty, 0 < t < t_1 \\ v(x, 0) = \begin{cases} v'_1(x), & x < 0 \\ u_0(x), & 0 < x. \end{cases} \end{cases} \quad (3.3)$$

其中

$$v'_1(x) = \begin{cases} v_1(x), & -t_1 < x < 0 \\ v_1(-t_1), & -t_1 > x \end{cases}.$$

记问题 (3.3) 的解为 $v_1(x, t)$. 在条件 (A_1) 、 (A_2) 、 (A_4) 、 (A_6) 下, 用同样的讨论方法能得到问题 (3.3) 在 $(0, +\infty) \times (0, t_1)$ 上的片光滑局部连续解 $u(x, t)$ 且令 $u(x, t) = v_1(x, t)|_{(0, +\infty) \times (0, t_1)}$. 为了能将解 $u(x, t)$ 延拓到 $(0, +\infty) \times (0, +\infty)$, 再

考虑以下柯西问题

$$\begin{cases} v_t + f(v)_x = 0, & -\infty < x < \infty, 0 < t < t_1 \\ v(x, t_1) = \begin{cases} v_2(x), & x < 0 \\ v_1(x, t_1 - 0), & x > 0. \end{cases} \end{cases} \quad (3.4)$$

由问题 (3.3) 知, $v(x, t_1) = v_1(x, t_1 - 0)$ ($x > 0$) 是有界单调不减的连续函数, 且具有至多 $2N + 2$ 个离开边界的间断点, 在间断点处 $v'_1(x, t_1 - 0)$ 存在有限, $v''_1(x, t_1 - 0) \in L^1_{([0, \infty))}$. 由条件 (A_4) 知, 当 $v_1(0 -) > 0 > u_0(0 +)$ 时, 有 $\sup_{x > 0} v(x, t_1) \leq c_0$, $c_0 < 0$. 易构造出问题 (3.3) 在 $(0, +\infty) \times (t_1, \infty)$ 上的片光滑局部连续解 $u(x, t)$. 于是将 $u(x, t)$ 延拓到 $(0, +\infty) \times (0, +\infty)$ 上. 由以上解的构造知, 问题 (1.1) 的弱熵解 $u(x, t)$ 是片光滑的整体连续函数, 且至多含有 $N + 2$ 个中心稀疏波, 除在初始间断点 $(\gamma_i, 0)$ ($1 \leq i \leq N$) 处各发生一个中心稀疏波外, 在边界上点 $(0, t_1)$ 和 $(0, 0)$ 处可能会发出一个中心稀疏波. 当 $u_0(0 +) < 0$ 时, 弱熵解 $u(x, t)$ 存在中心稀疏波与边界相碰且可能有部分或完全被边界吸收的作用. 当 $u_0(0 +) \geq 0$ 时, 弱熵解 $u(x, t)$ 中不存在初等波与边界的相互作用.

3.3 边界值为有限段 C^2 光滑函数

当边界值为有限个间断点 t_j ($1 \leq j \leq n$) 的分段 C^2 光滑函数时, 用数学归纳法来构造问题 (1.1) 在条件 $(A_1) - (A_4)$ 下的弱熵解. 令 $t_0 = 0$, $t_{M+1} = +\infty$ 以及时间区间 (t_j, t_{j+1}) , $j = 0, 1, 2, \dots, M$, 当 $M = 0$ 和 $M = 1$ 时, 分别在 3.1, 3.2 中构造了问题 (1.1) 的分片 C^2 光滑的整体连续的弱熵解 $u(x, t)$. 当 $M \geq 2$ 时, 可以用数学归纳法得到问题 (1.1) 的分片 C^2 光滑的整体连续的弱熵解 $u(x, t)$. 假设 $j = m$ 时, 已经构造了问题 (1.1) 在 $(0, +\infty) \times (0, t_{m+1})$ 上的解 $u(x, t)$, $(x, t) \in (0, +\infty) \times (0, t_{m+1})$. 只要能构造出问题 (1.1) 在 $(0, +\infty) \times (t_{m+1}, t_{m+2})$ 上的解, 则能得到问题 (1.1) 在 $(0, +\infty) \times (0, +\infty)$ 上的解. 事实上, 令 $u(x, t_{m+1} - 0)$ 作初始值, $u_b(t)$, $t \in (t_{m+1}, t_{m+2})$ 为边界值解如下初边值问题

$$\begin{cases} u_t + f(u)_x = 0, & 0 < x < \infty, t_{m+1} < t < t_{m+2} \\ u(x, 0) = u(x, t_{m+1} - 0), & 0 < x < \infty \\ u(0, t) = u_b(t), & t_{m+1} < t < t_{m+2} \end{cases} \quad (3.5)$$

按照前面的讨论方法, 可以得到问题 (3.5) 的解的结构, 即问题 (1.1) 的解在 $(0, +\infty) \times (t_{m+1}, t_{m+2})$ 上的结构. 这样就把 $u(x, t)$ ($(x, t) \in (0, +\infty) \times (0,$

t_{m+1})延拓到 $(0, +\infty) \times (0, t_{m+2})$. 如此反复, 就能得到问题(1.1)的解结构. 此时 $u(x, t)$ 至多含有 $M + N + 1$ 个中心稀疏波间断, 其中心点可能在初始线 $t=0$ 上(如 $(\gamma_i, 0) (1 \leq i \leq N)$), 也可能在边界 $x=0$ 上(如 $(0, t_j) (0 \leq j \leq M)$). 当 $u_0(0+) < 0$ 时, 弱熵解 $u(x, t)$ 可能存在中心稀疏波与边界相碰且部分或完全被边界吸收的相互作用. 当 $u_0(0+) \geq 0$ 时, 弱熵解 $u(x, t)$ 中不存在初等波与边界的相互作用.

[参考文献]

- [1] BARDOS C, LEROUX A Y, NEDELEC J C. First order quasilinear equations with boundary condition[J]. *Comm Partial Diff Eqs*, 1979, 4: 1017 - 1034.
- [2] SERRE D, ZUMBRUM K. Boundary layer stability in real vanishing viscosity limit [J]. *Comm Math Phys*, 2001, 221: 267 - 292.
- [3] JOSEPH K T, LEFLOCH P G. Boundary layers in weak solutions of hyperbolic conservation laws[J]. *Comm Pure Appl Anal*, 2002, 1: 51 - 76.
- [4] JOSEPH K T, LEFLOCH P G. Boundary layers in weak solutions of hyperbolic conservation laws II[J]. *Arch Rat Mech Anal*, 1999, 147: 47 - 88.
- [5] LEFLOCH P G. Explicit formula for scalar nonlinear conservation laws with boundary conditions[J]. *Trans Amer Math Soc*, 1988, 308: 667 - 683.
- [6] PAN T, LIN L W. The global solution of the scalar non-convex conservation law with boundary condition I; II [J]. *J Part Diff Eqs*, 1995, 8: 371 - 383; 1998, 11: 1 - 8.
- [7] BUTOS M C, CONCHA F. On the construction of global weak solutions in the kynch theory of sedimentation[J]. *Math Meth Appl Sci*, 1988, 10: 245 - 264.
- [8] LIU H X, PAN T. L^1 -Convergence rate of viscosity methods for scalar conservation laws with the interaction of elementary waves and the boundary[J]. *Quart Appl Math*, 2004, 26: 601 - 621.
- [9] LIU H X, PAN T. Construction of solutions and L^1 -error estimates of viscous methods for scalar conservation laws with boundary[J]. *Acta Math Sini*, 2007, 23: 393 - 410.
- [10] LIU H X, PAN T. Interaction of elementary waves for scalar conservation laws on a bounded domain[J]. *Math Meth Appl Sci*, 2003, 26: 619 - 632.
- [11] 刘红霞, 潘 涛. 非凸单个守恒定律初值问题的整体弱熵解的构造[J]. *系统科学与数学*, 2005, 25: 145 - 159.
- [12] KUZNETSOV N N. Accuracy of some approximate methods for computing the weak solutions of a first-order quasi-linear equation[J]. *USSR Comput Math Phys*, 1976, 16: 105 - 119.

[责任编辑:王景周]

暨南大学学报编辑部

荣获“2008 年高校科技期刊先进集体”称号

中国高等学校自然科学学报研究会组织开展了 2008 年高校科技期刊先进集体评比活动。暨南大学学报编辑部(自然科学与医学版)荣获“2008 年高校科技期刊先进集体”称号。

本次活动旨在加强编辑部建设,更新高校期刊办刊理念,把握市场需求,鼓励编辑部人员开展编辑业务理论等学术研究,增强编辑、出版和经营的能力。

暨南大学学报编辑部一直严格奉行期刊办刊宗旨,认真执行编审制度,积极参加各种研究会的调研活动,不断加强与国内外同行之间的交流,全面提升了期刊的竞争力和影响力,学报影响因子逐年提高,学术影响不断增大。本次获奖既是对编辑部工作的认同和鼓励,同时也促进了编辑部工作的不断发展和进步。

(暨南大学学报编辑部)